

132

$$\vec{B}(r) = \kappa r \vec{u}_\varphi$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\text{rot } \vec{B} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_\varphi}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial \varphi} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\varphi + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi) - \frac{\partial B_r}{\partial \varphi} \right] \vec{u}_z$$

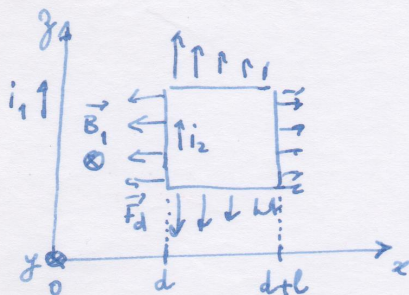
$$\Rightarrow \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r B_\varphi)}{\partial r} \vec{u}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r \kappa r)}{\partial r} \vec{u}_z = 2\kappa \vec{u}_z = \mu_0 \vec{j}$$

$$\vec{j} = \frac{2\kappa}{\mu_0} \vec{u}_z \Rightarrow \boxed{i = \frac{2\kappa \pi R^2}{\mu_0}}$$

134

Como \vec{j} vem no lado direito do fio retificado tem-se

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \vec{u}_\varphi$$



Em consequência, cada trecho $d\vec{s}_2$ da espira quadrada fica sujeito a uma força de Laplace

$$d\vec{F}_2 = i_2 [d\vec{s}_2 \times \vec{B}_1]$$

Em módulo, a força é

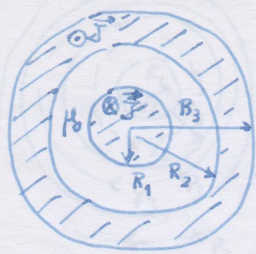
$$|d\vec{F}_2| = i_2 ds_2 B_1$$

pois em todos os lados da espira $d\vec{s}_2 \perp \vec{B}_1$. No lado $x=d$, a força total é

$$\begin{aligned} \vec{F}_d &= \int i_2 ds_2 \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} \vec{u}_z \times \vec{u}_y = - \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} \int ds_2 \vec{u}_x \\ &= - \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi d} \vec{u}_x \end{aligned}$$

No lado $x=d+l$, tem-se

$$\vec{F}_{d+l} = \frac{\mu_0 l i_1 i_2}{2\pi(d+l)} \vec{u}_x \quad (\text{aqui o sentido da corrente é inverso})$$

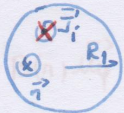


Comecemos por determinar as densidades de corrente nos dois condutores.

Assim, no condutor interno tem-se

$$i = \iint_{S_i} (\vec{J}_i \cdot \vec{n}) dS = \iint_{S_i} |\vec{J}_i| dS = |\vec{J}_i| \pi R_1^2$$

A corrente está uniformemente distribuída sobre a seção $S_i = \pi R_1^2$.



No condutor externo tem-se



$$i = \iint_{S_e} (\vec{J}_e \cdot \vec{n}) dS = \iint_{S_e} |\vec{J}_e| dS = |\vec{J}_e| \pi (R_3^2 - R_2^2)$$

pelos mesmos motivos

Atendendo à geometria cilíndrica do problema, sabemos que as linhas de força são circulares, centradas no eixo do cabo e orientadas em planos perpendiculares.

Aplicamos o Teor. de Ampère

$$\oint (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \mu_0 \sum (i)$$

i) Ponto interno do condutor interno, P_1 :



$$|\vec{B}| 2\pi r = \mu_0 \pi r^2 |\vec{J}_i| \quad |\vec{J}_i| = \frac{i}{\pi R_1^2}$$

$$|\vec{B}| 2\pi r = \mu_0 \pi r^2 \frac{i}{\pi R_1^2}$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2}$$

ii) Ponto P_2 no espaço entre os dois condutores ($R_1 \leq r \leq R_2$)

$$|\vec{B}| 2\pi r = \mu_0 i$$

pois a corrente que passa por S_2 é toda a corrente do condutor.

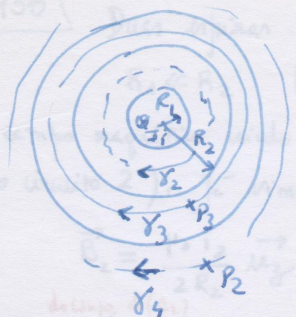
iii) Ponto P_3 no interior do condutor externo ($R_2 \leq r \leq R_3$)

$$|\vec{B}| 2\pi r = \mu_0 [i - \pi (r^2 - R_2^2) |\vec{J}_e|]$$

com $|\vec{J}_e| = \frac{i}{\pi (R_3^2 - R_2^2)}$ pois a corrente no condutor externo é distribuída uniformemente.



146

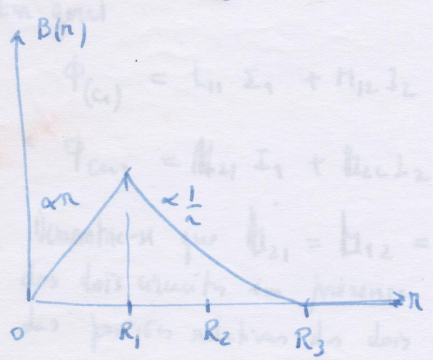


iv) Para um ponto P_4 no exterior do cabo
 (Esta cond. coaxial $\sum i = 0$ porque os dois
 (5) correntes são percorridas em sentido contrário)

$\Rightarrow |\vec{B}| 2\pi r = 0$

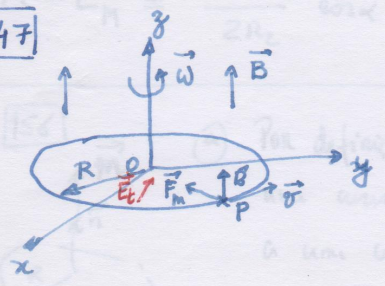
Assim $\vec{B} = -B(r)\hat{y}$

$$B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2} & 0 \leq r \leq R_1 \\ \frac{\mu_0 i}{2\pi r} & R_1 \leq r \leq R_2 \\ \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right) & R_2 \leq r \leq R_3 \\ 0 & r \geq R_3 \end{cases}$$



Num cabo coaxial $|\vec{B}| = 0$ no exterior, sendo por isso de grande aplicação nas telecomunicações para diminuir a interferência com o exterior.

147



Um disco dotado de carga $q = -e$ sobre o disco condutor estará sujeito à força de Lorentz

$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$

orientada para o centro do disco, donde resultará uma acumulação de cargas (-) na região central e uma deficiência de cargas na periferia, resultando num campo E_E tal que as forças sobre o elétron e do momento se equilibram

$q \sigma B = q E_E \Rightarrow V(0) - V(P) = - \int_0^R E_E dr$ (o potencial em cada elemento em P)

$$V(0) - V(R) = - \int_0^R \sigma B dr = - \int_0^R \omega r B dr = - \omega B \int_0^R r dr = - \frac{\omega B R^2}{2}$$

158

Dois espiras de raios R_1 e R_2

$R_1 \ll R_2$ (Esta condição assegura que no centro da espira 1 o campo magnético criado pela espira 2 é bem constante e orientado perpendicularmente ao plano da espira 1). Já vimos que o campo de indução magnética é

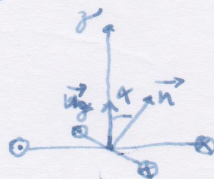
$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2R_2} \vec{u}_z$$

O fluxo através do circuito C_1 é dado por

$$\Phi_{(C_1)} = \iint_{(S_1)} (\vec{B} \cdot \vec{n}) \, dS = \iint_{(S_1)} \frac{\mu_0 i_2}{2R_2} \cos \alpha \, dS$$

$$\Phi_{(C_1)} = \frac{\mu_0 i_2}{2R_2} \cos \alpha \iint_{(S_1)} dS = \frac{\mu_0 i_2}{2R_2} \cos \alpha \pi R_1^2$$

$$\Phi_{(C_1)} = \frac{\mu_0 \pi R_1^2}{2R_2} \cos \alpha i_2$$



Em geral

$$\Phi_{(C_1)} = L_{11} I_1 + M_{12} I_2$$

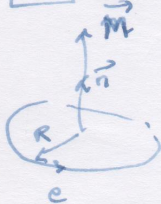
$$\Phi_{(C_2)} = M_{21} I_1 + L_{22} I_2$$

Demostre-se que $M_{21} = M_{12} = M \leftarrow$ coeficiente de indução mútua dos dois circuitos em presença (C_1) e (C_2) . Isso depende de geometria e das posições relativas dos dois circuitos. Expresse em Henry.

$$M = L_M = \frac{\mu_0 \pi R_1^2}{2R_2} \cos \alpha$$

B^2 sempre

156



(a) Por definições de corrente elétrica, uma carga descrevendo uma curva fechada n vezes por segundo é equivalente a uma corrente $I = nq$

$$\text{Ora } v = \omega R = 2\pi nR$$

$$\Rightarrow I = \frac{e v}{2\pi R} = \frac{e \omega}{2\pi}$$

(b) Como já vimos

$$|\vec{B}(0)| = \frac{\mu_0 i}{2R} = \frac{\mu_0 e \omega}{4\pi R_0}$$

nao do movimento orbital,

(substituímos R por R_0)